# 导数

blue

# 注意

由于时间有限，这篇课件中不会对极限和导数有很深的讨论。

另外，为了方便理解，这里多次使用不正规的表述方式。

# 玄学

求$f(x) = 0.233 * x^2$在$x = 1$时的切线斜率。

精度误差0.001即可.

# 怎么做？

这题太神了怎么做？

二分求零点的方法也许给我们带来一些启示。

考虑逼近。

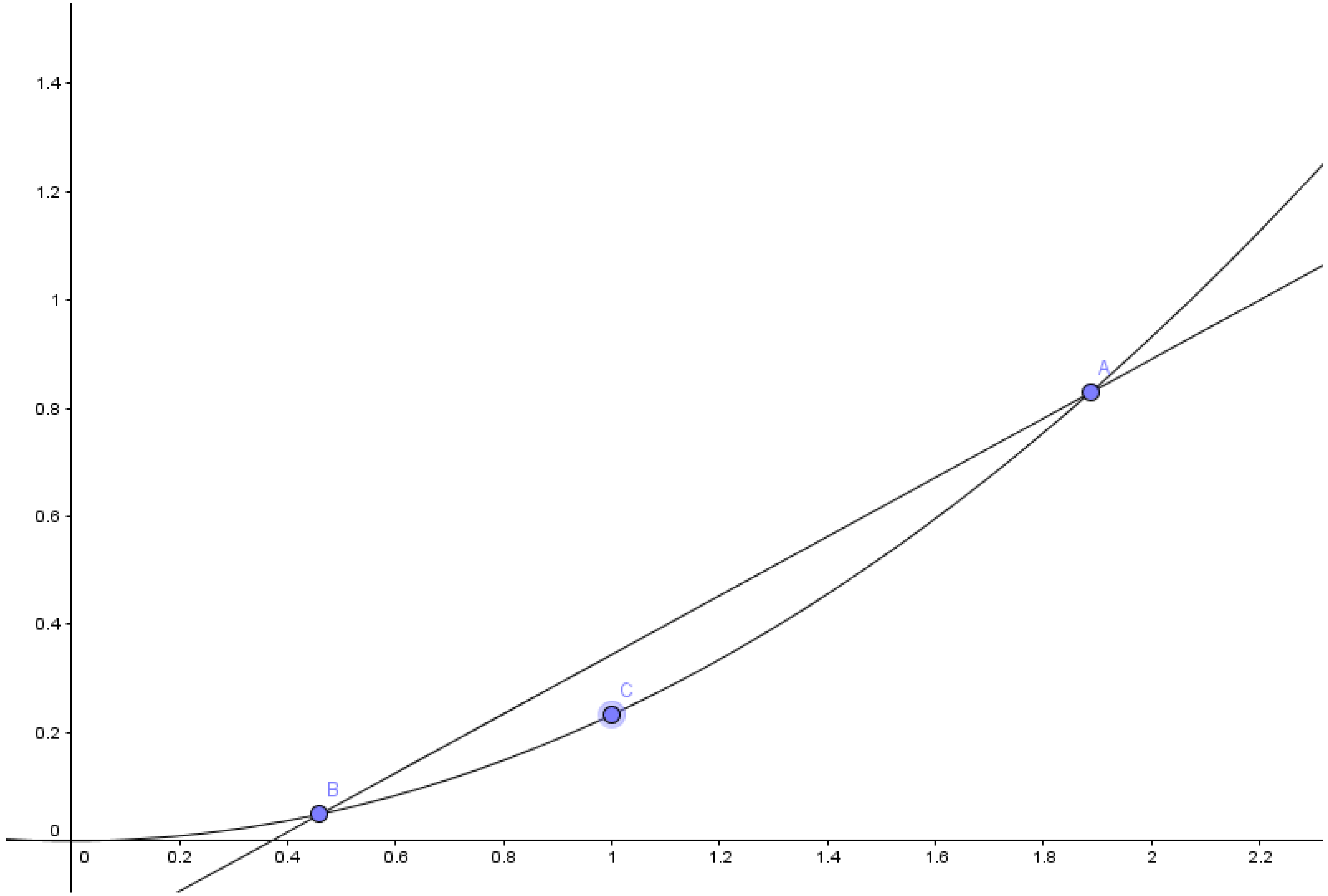
# 极限

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$$

# 逼近

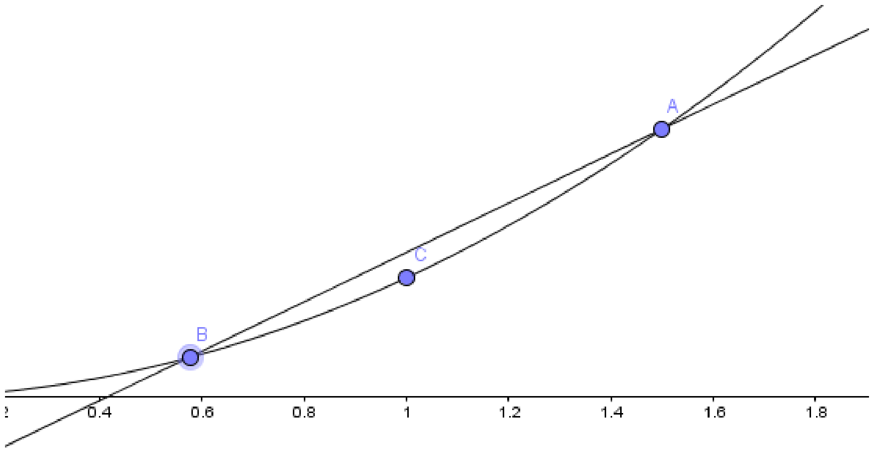
右图。

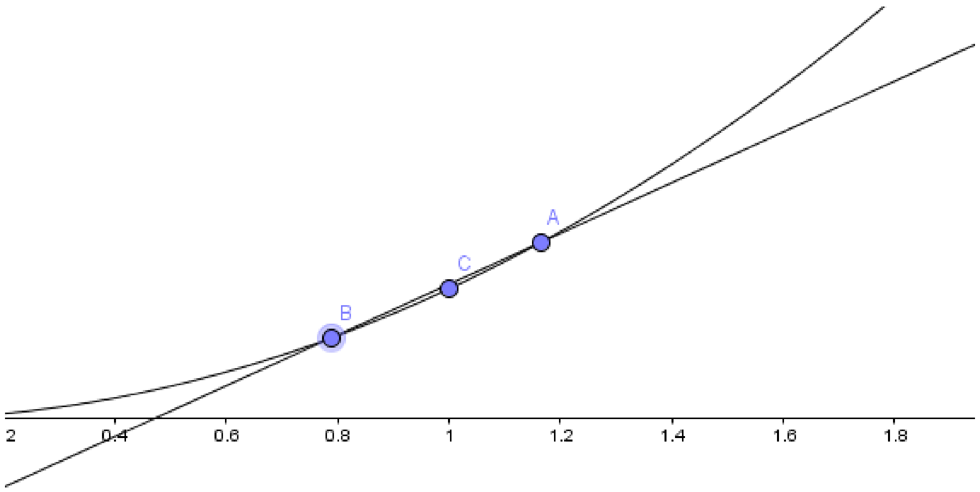
我们从AB两个点作直线，那么AB的斜率也许能近似地表示C点的切线斜率。



# 更近

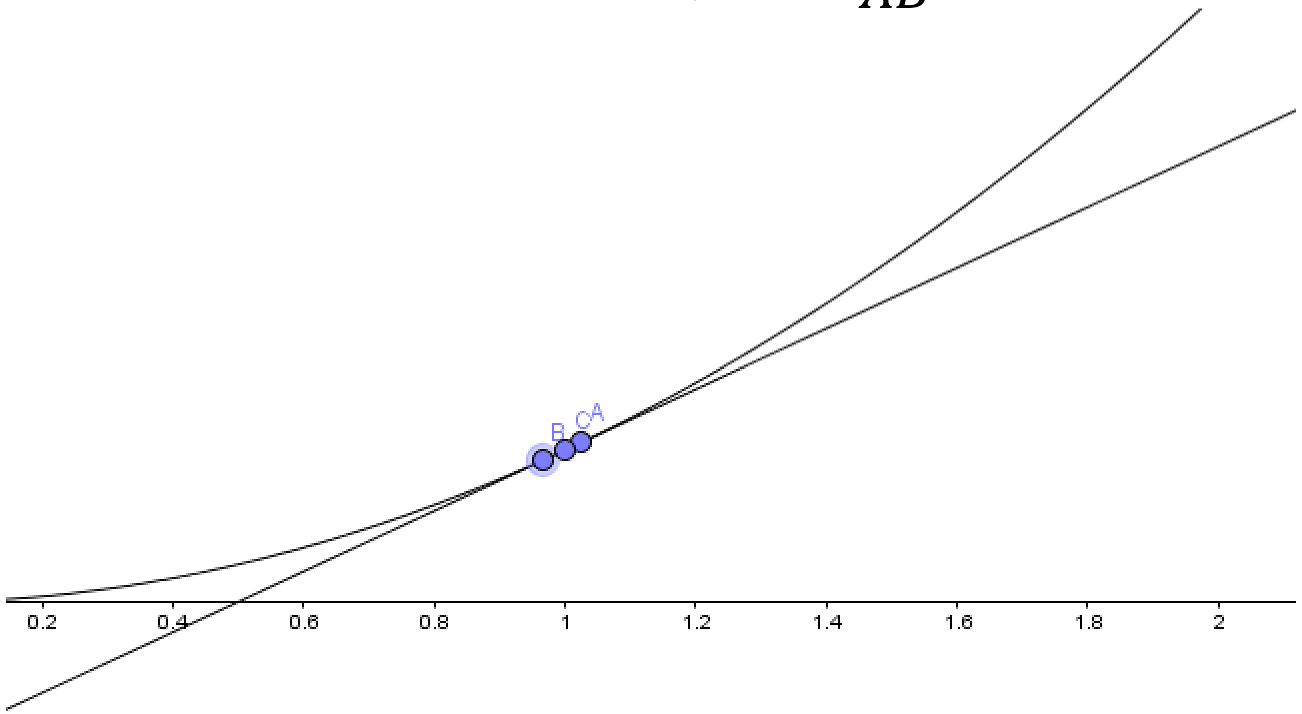
A和B越来越近，那么$k_{AB}$相对于C点斜率就越来越接近。



# 无限近

考虑A和B已经无限接近的情况。此时A、B、C简直要重合，但是并没有重合。C点切线斜率也无限地接近$k_{AB}$。



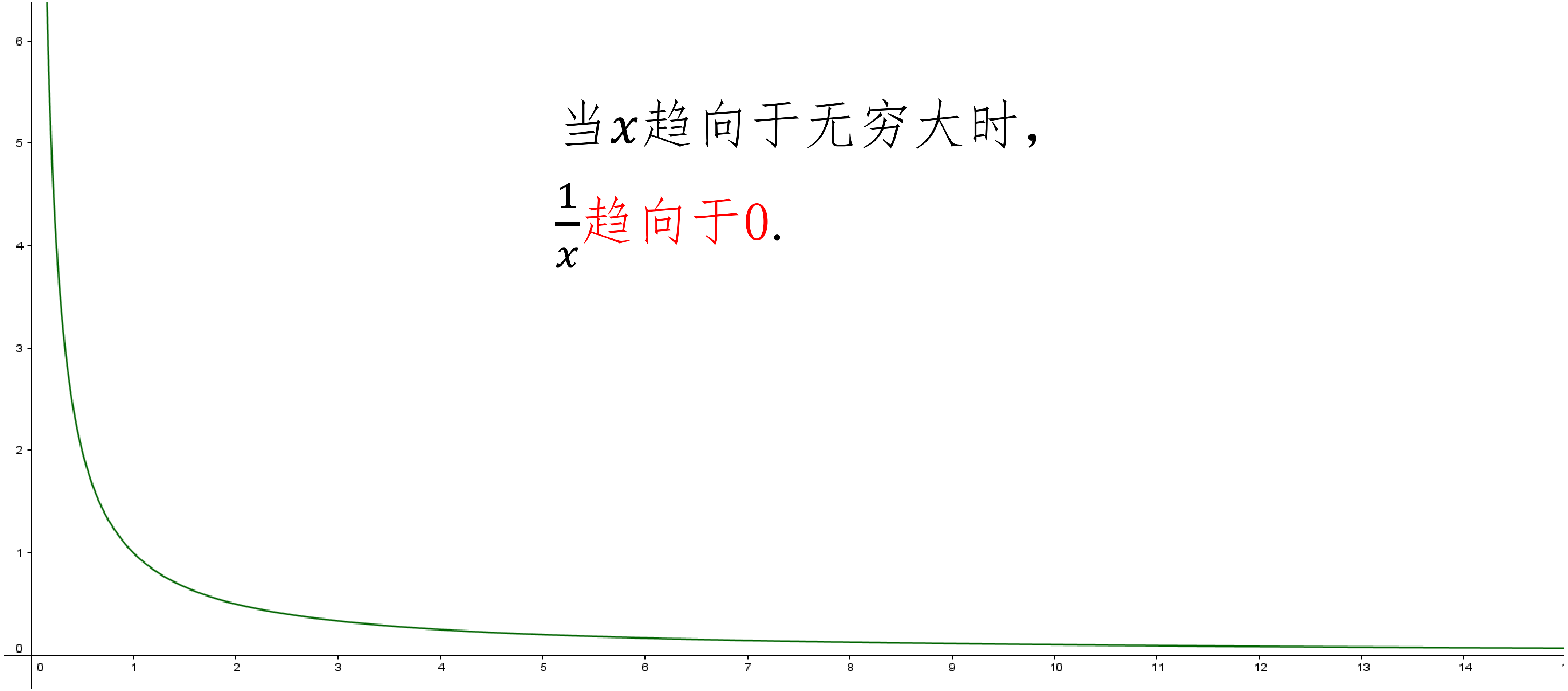
# 极限

从上面的阐述，我们对极限的概念已经有了简单的感觉……

极限用于描述某个变量趋于稳定的取值。

练习：当$x$趋向于无穷大的时候，$\frac{1}{x}$趋向于多少？

$$f(x) = \frac{1}{x}$$




当$x$趋向于无穷大时，

$\frac{1}{x}$趋向于0.

# 符号

以lim表示“趋近”。lim是"limit"的缩写。

以$\lim\limits_{x\to a} f(x)$表示当$x$趋向于$a$时，$f(x)$趋向于多少。

注意，是$f(x)$趋向于多少，不是$f(x)$等于多少！

# 练习

$$\lim_{x \to \infty} x^2 = \infty$$

$$\lim_{x \to \infty} ln(x) = -\infty$$

# 导数

$$f'(x) = 2x + 3$$

# 切线

学会了极限的概念，我们来重新看一看切线：

$f(x)$在$x$的切线斜率是：

$$k = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

大意是：我们搞一个点$(x', f(x))$，$x'$只比$x$稍微大一点点，那么这两个点的连线就是原函数的切线。

# 切线斜率

我们定义导数，用它来表示函数切线的斜率。

规定两个概念：

原函数$f(x)$：　　最初入手的函数。

导函数$f'(x)$：　　表示原函数的切线斜率的函数。

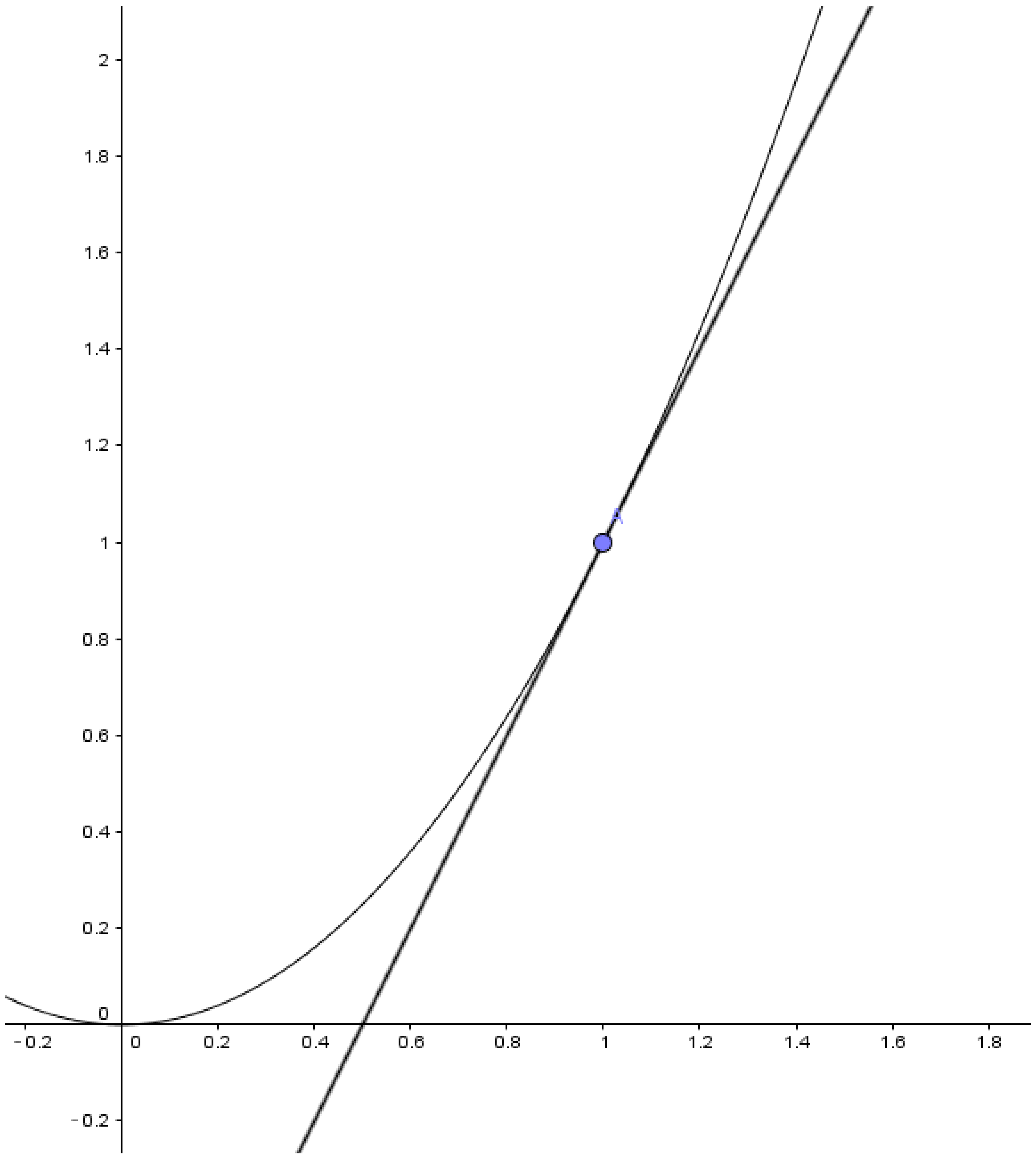
具体参见数学《选修2-2》教材。

# 例子

$f(x) = x^2$

$f'(x) = 2x$

所以，原函数在$x$处的切线斜率是$2x$。



# 性质

如果$f'(x)$在某个区间为负，那么$f(x)$在这个区间递减。

反之递增。

因为：如果$f(x)$在$x$处的切线斜率为负，那么这个切线是向下走的（大概意思理解就好）。

# 求导多次函数

时间关系，我们只讲如何求导多次函数。

对于$f(x) = x^p$，它的导函数是$p * x^{p-1}$.

（指数移一个下来）

例如：$f(x) = x^4$, 则$f'(x) = 4x^3$.

对于$f(x) = a * x^p$，它的导函数是$\mathrm{a} * p * x^{p-1}$.

例如：$f(x) = 3 * x^2$,则$f'(x) = 3 * 2x$.

对于$f(x) = ax^p + bx^q + \cdots$

对每一项求导，然后加起来。

例如：$f(x) = x^3 + 6x^2$ ，则$f'(x) = 2x^2 + 12x.$

注意：常数项的导数是0.

# 求导其它函数

具体参见数学书。

有一个叫做“导数表”的东西，背一背有好处的。

对导数的更深讨论，请参见riteme的博客：

http://riteme.github.io/blog/2016-6-23/limit-and-derivative.html

# END

blue